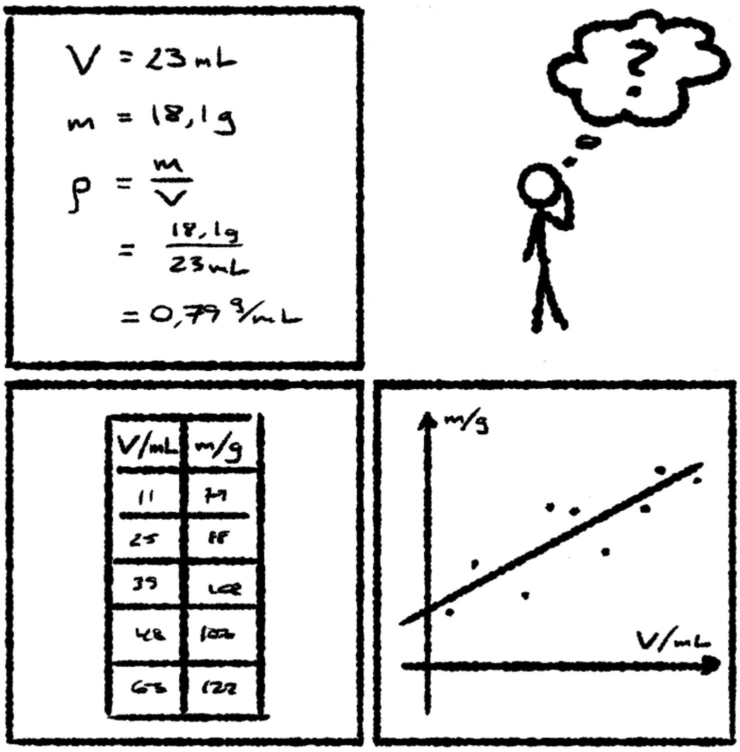
Mike Vandal Auerbach

METODER I FYSIK

Version 1.0

2. november 2021



www.mathematicus.dk

Metoder i fysik
Version 1.0, 2021

Disse noter beskriver nogle grundlæggende metoder i fysik, såsom anvendelse af størrelsessymboler og regning med enheder.

Værdien af forskellige konstanter er alle taget fra Databog Fysik Kemi, 11. udgave.[1]

Noterne er skrevet vha. tekstformateringsprogrammet LaTeX, se www.tug.org og www.miktex.org. Figurer og diagrammer er fremstillet i *pgf*/*TikZ*, se www.ctan.org/pkg/pgf.

Disse og andre noter kan downloades fra www.mathematicus.dk.

Indhold

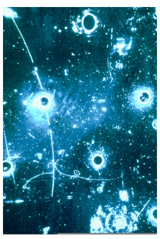
— 1 —

Hvad er fysik?

Fysik handler meget kort fortalt om stof og energi. Det handler om hvad stof er lavet af, og hvordan det bevæger sig, og om rum og tid. Det handler om den energi der er indeholdt i bevægelse, i stråling, i elektricitet etc. Og det handler også om hvordan stof og energi kan omdannes til hinanden.

I fysik er man interesseret i at finde sammenhænge på alle skalaer – lige fra atomer (og endnu mindre) til galakser og hele universets struktur. Disse sammenhænge beskrives oftest vha. matematik, altså som formler der udtrykker sammenhængene.

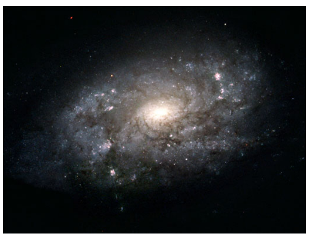
En af måderne man kan undersøge sammenhænge på er gennem eksperimenter. Eksperimenter kan bruges til at eftervise teoretiske sammenhænge, men de kan også bruges til at finde nye. Fysik som forskningsdisciplin har derfor to sider, teoretisk og eksperimentel. I den eksperimentelle fysik forsøger man, som nævnt, at eftervise teoretisk beskrevne sammenhænge eller opdage nye fænomener, mens man i den teoretiske fysik prøver at beskrive sammenhængene matematisk – enten på baggrund af eksperimentelle resultater eller ud fra rene matematiske overvejelser. De to grene af fysikken kan ikke eksistere uden hinanden for man har brug for teorierne (dvs. de matematiske formler) til at beskrive resultaterne af eksperimenterne, og man har brug for eksperimenter til at eftervise at de teoretiske sammenhænge rent faktisk passer på virkeligheden.



(a) Boblekammer.[7]

(b) Kogende vand.[5]

(c) Grumman Bearcat F8F.[6]



(d) Galaksen NGC 3949.[8]

Figur 1.1: Fysik beskæftiger sig med fænomener på alle skalaer – fra subatomare partikler hvis spor kan iagttages i et boblekammer, varmefænomener som smeltning og fordampning, hvordan fly flyver, og til galakser og universets udvikling.

Det er ikke nyt for mennesket at beskrive sammenhænge; mennesket har siden oldtiden tænkt over hvordan verden hang sammen. Aristoteles (384–322 fvt.) kom ved at filosofere over menneskelige erfaringer frem til en beskrivelse af hvorfor ting bevæger sig. Bl.a. mente han at tunge ting falder hurtigere end lette ting fordi man kan mærke at jorden trækker mere i tunge objekter end i lette.[3] Ud fra sine tanker om hvordan verden hang sammen kom Aristoteles frem til en samling »naturlove« for bevægelse. Det viste sig desværre at Aristoteles' love var ganske forkerte.

Det var først i det 17. århundrede at de første rigtige matematiske naturlove blev beskrevet af bl.a. Galilei.[4] Grunden til Galileis succes var netop at han lavede eksperimenter for at finde frem til naturlovene. Så fysik som naturvidenskabeligt fag har altså eksisteret i ca. 400 år.

Øvelse 1.1

Et fladt stykke papir og et stykke papir der er krøllet sammen til en kugle, falder ikke lige hurtigt selv om de vejer det samme.

a) Giv et bud på hvorfor papiret falder med forskellig fart i de to situationer.

— 2 —

Størrelser, enheder og beregninger

Når man måler noget i fysik, taler man om at man måler en *størrelse*. En størrelse er altså noget der kan måles. Det kan f.eks. være temperatur, afstand eller tid.

Størrelser i fysik repræsenteres altid med et symbol på ét bogstav. Man kunne f.eks. kalde temperaturen T, afstanden x og tiden t.[1] Hvis man vil angive værdien af en bestemt størrelse skal dette altid angives som et tal og en enhed. Vil man skrive at temperaturen T er 20 grader celsius, skriver man

$$T = 20^\circ\mathrm{C}\,.$$

På samme måde kan man skrive f.eks.

$$x = 173\,\mathrm{mm}\,, \quad t = 69\,\mathrm{s}\,.$$

Størrelsen x er altså en længde på 173 mm, og størrelsen t er en tid på 69 s. Man skal altid have enhed på en størrelse da man ellers ikke kan vide hvor stor den er: Får man at vide at en bestemt længde er »37«, kan man ikke vide om det drejer sig om 37 cm, 37 km, 37 fod eller noget helt fjerde.

En størrelse er ikke afhængig af sin enhed, f.eks. er 1,75 m og 175 cm den samme størrelse. Man vil ofte komme ud for at det er hensigtsmæssigt at omskrive en størrelse til en anden enhed i forbindelse med udregninger, sådan at de størrelser der indgår i udregningen har enheder der »passer sammen« (dette uddybes nedenfor).

Fordi en størrelse er uafhængig af sin enhed, nævner man dem altid ved deres navn – aldrig deres enhed. Man måler f.eks. *tiden* og ikke »minutterne«, og man måler *temperaturen* og ikke »graderne«.

Øvelse 2.1

Hvilke af følgende sætninger er korrekte måder at udtrykke sig på?

a) Jeg har målt graderne til 20.

b) Jeg har målt temperaturen til 20°C.

c) Jeg har målt temperaturen til 20 grader.

d) Jeg har målt centimeterne til 39.

e) Jeg har målt længden til 39 cm.

Både størrelser og enheder skrives med symboler. »Grader celsius« skrives f.eks. som °C. For at man kan kende forskel på størrelser og enheder, er man blevet enige om det følgende:

[1] Bemærk her at det er vigtigt at kunne kende forskel på store og små bogstaver: t og T er to forskellige ting.

Størrelsessymboler skrives altid med kursiv, mens enheder skrives med almindelig skrift.

På den måde kan man i en beregning skelne mellem »m«, som typisk er symbol for størrelsen masse, og enheden »m«, altså meter.

Når man skriver størrelsessymboler, vælger man tit samme bogstav som startbogstavet for den størrelse symbolet står for, f.eks. t for *tid* eller T for temperatur.[2] Af og til anvender man også græske bogstaver som størrelsessymboler. En oversigt over det græske alfabet og standardsymboler for størrelser kan ses i appendiks A.

[2]Ofte er standarden at vælge samme bogstav som første bogstav i størrelsens navn på engelsk, f.eks. F for kraft (force) og p for tryk (pressure).

Indices

Nogle gange har man brug for at måle samme slags størrelse for flere ting. Det kunne f.eks. være at man skulle veje både en metalklods og en kop vand. I begge tilfælde finder man massen af genstandene, men man kan ikke bare kalde dem begge m, for så ved man ikke hvad man refererer til.

I sådanne tilfælde kan man vælge at forsyne størrelsessymbolet med et såkaldt *indeks* som beskriver størrelsen nøjere. Massen af metalklodsen kunne man derfor kalde m_{klods} eller m_{k}, mens massen af koppen med vand kunne kaldes m_{vand} eller m_{v}. Man vælger altid indices sådan at de beskriver størrelsen på en måde der gør den nem at genkende.

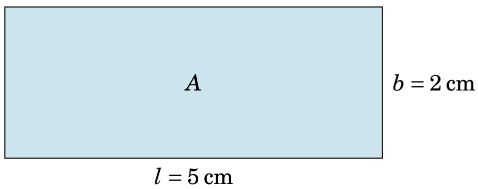
Eksempel 2.2
En gymnasielærer glemmer sin kaffekop på katederet. Temperaturen af kaffen falder fra 70°C til 30°C. Hvis man skal vælge størrelsessymboler for de to temperaturer, kunne det være

$$T_{\text{start}} = 70°\text{C} \quad \text{og} \quad T_{\text{slut}} = 30°\text{C}\,.$$

2-1 Regning med størrelser

I fysik skal man som sagt altid angive størrelser med tal og enhed; det gælder også når man indsætter dem i formler. Her følger to eksempler.

Eksempel 2.3
Her beregnes arealet af et rektangel:



Arealet A af et rektangel er (som bekendt?) længden ganget med bredden. Dette kan udtrykkes vha. formlen

$$A = l \cdot b\,.$$

Skal man beregne arealet af rektanglet ovenfor, får man

$$A = 5\,\mathrm{cm} \cdot 2\,\mathrm{cm} = 5 \cdot 2\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{cm} = 10\,\mathrm{cm}^2\,.$$

Som man kan se af eksemplet, regner man altså med enheder fuldstændig som man regner med andre algebraiske størrelser: $\mathrm{cm} \cdot \mathrm{cm}$ giver cm^2. Dvs. når man ganger og dividerer, samler man enhederne til sidst og reducerer og skriver om vha. almindelige matematiske regler.

Eksempel 2.4
En bil kører af sted med en hastighed på 80 km/h. Hvor langt kommer denne bil på 15 minutter? Her har man to størrelser, hastigheden v og tiden t:

$$v = 80\,\mathrm{km/h} \quad \text{og} \quad t = 15\,\mathrm{min}\,.$$

Man kan beregne den tilbagelagte strækning ved at gange hastighed med tid, men som man kan se passer de to enheder ikke sammen idet hastigheden måles pr. time, mens tiden er angivet i minutter. Man kan derfor regne tiden om til timer. Som bekendt er der 60 minutter på en time, dvs.

$$t = 15\,\mathrm{min} = \frac{15}{60}\,\mathrm{h} = 0{,}25\,\mathrm{h}\,.$$

Den tilbagelagte strækning s er så

$$s = v \cdot t = 80\,\mathrm{km/h} \cdot 0{,}25\,\mathrm{h} = 80 \cdot 0{,}25\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \mathrm{h} = 20\,\mathrm{km}\,.$$

En bil der kører 80 km/h, kører altså 20 km på 15 minutter.

Når man ganger størrelser sammen, så skal enhederne for de to størrelser altså ganges sammen, og hvis man vil »reducere« enhederne, skal de passe sammen. Det kan derfor blive nødvendigt at omskrive nogle af størrelserne til en anden enhed lige som i eksemplet. Fordi regning med enheder følger de matematiske regneregler, kan man heller ikke lægge størrelser sammen (eller trække dem fra hinanden) med mindre de har den samme enhed.

Eksempel 2.5
Hvis man cykler 2,4 km, holder en pause, og bagefter cykler 700 m, hvor langt har man så cyklet i alt?

Her kan man ikke direkte lægge tallene 2,4 og 700 sammen fordi de ikke er målt i samme enhed. Derfor skal man regne én af dem om, f.eks. kan man regne de 700 m om til kilometer:

$$2{,}4\,\mathrm{km} + 700\,\mathrm{m} = 2{,}4\,\mathrm{km} + 0{,}7\,\mathrm{km} = 3{,}1\,\mathrm{km}\,.$$

Sammenlagt har man så cyklet 3,1 km.

Øvelse 2.6

En billedramme er 2 m bred og 50 cm høj.

a) Beregn omkredsen af billedrammen i en passende enhed.

b) Beregn arealet af billedrammen i en passende enhed.

Øvelse 2.7

Lysets fart er 300 000 km/s. Det tager Solens lys 8 min at nå fra Solen til Jorden.

a) Beregn afstanden fra Jorden til Solen i en passende enhed.

Tilvækster

I fysik har man tit brug for at måle på ændringer af en størrelse. Derfor har man et symbol for »tilvækst«, det græske bogstav Δ (delta). Hvis man vil tale om tilvæksten i temperatur, kan man således skrive ΔT, og tilvæksten i tid kan skrives Δt. Man beregner altid tilvæksten af en størrelse ved at trække størrelsens startværdi fra slutværdien.

Symbolet Δ

Δ betegner en tilvækst:

$$\Delta x = x_{\text{slut}} - x_{\text{start}} \,.$$

Eksempel 2.8
En skål med slik bliver vejet, og man finder dens masse til 563 g. Nu hældes der en pose slik mere i skålen, og den vejes igen; denne gang vejer den 706 g. Tilvæksten i masse bliver så

$$\Delta m = m_{\text{slut}} - m_{\text{start}} = 706\,\text{g} - 563\,\text{g} = 143\,\text{g} \,.$$

Dvs. skålens masse er vokset med 143 g.

Idet man altid beregner tilvæksten ved at trække startværdien fra slutværdien, kan tilvækster sagtens være negative.

Eksempel 2.9
I eksempel 2.2 faldt temperaturen af en kop kaffe fra 70°C til 30°C. Dvs.

$$\Delta T = T_{\text{slut}} - T_{\text{start}} = 30^\circ\text{C} - 70^\circ\text{C} = -40^\circ\text{C} \,.$$

Når tilvæksten er negativ betyder det at temperaturen er *faldet* med 40°C.

Øvelse 2.10

En gymnasieelev sidder og venter på frikvarteret. Eleven kigger på uret som viser 11:07. Et »uendeligt« langt stykke tid efter kigger eleven igen på uret som nu viser 11:13.

a) Beregn tilvæksten i tid, Δt.

Øvelse 2.11

En bil kommer kørende på motorvejen med 130 km/h. Pludselig er der et vejarbejde, og føreren bremser bilen så den nu kører 80 km/h.

a) Beregn tilvæksten i fart, Δv.

2-2 SI-enheder

Størrelser skal som nævnt altid angives med enhed, men den samme størrelse kan angives med forskellige enheder. En tid på 2 minutter kan også angives som 120 sekunder. Idet det er svært at sammenligne størrelser der angives i forskellige enheder, har man lavet et system af enheder der alle passer sammen – det såkaldte *SI-system*.[3] Dette system er bygget op omkring syv grundenheder som ses i nedenstående tabel.

[3] SI er en forkortelse for det franske *Système Internationale d'unites*, »det internationale system af enheder«.[2]

Størrelse	SI-enhed
Afstand/længde	m (meter)
Masse	kg (kilogram)
Tid	s (sekund)
Stofmængde	mol
Elektrisk strømstyrke	A (ampere)
Temperatur	K (kelvin)
Lysstyrke	cd (candela)

Der findes mange flere typer af fysiske størrelser end dem der er nævnt i tabellen, f.eks. areal og volumen (rumfang). Enhederne for disse størrelser kan alle dannes ved at sammensætte grundenheder. SI-enheden for areal er f.eks. kvadratmeter (m^2), og enheden for volumen er kubikmeter (m^3).

Nogle af de såkaldte *afledte* enheder har deres helt eget enhedssymbol. SI-enheden for energi er f.eks. joule (J). Denne enhed kan dog også skrives om vha. grundenhederne, der gælder nemlig

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\,.$$

2-3 Eksponentiel notation

I fysik har man forholdsvis ofte brug for at skrive meget store eller meget små tal. Et tal som 4 567 000 000 000 000 000 er meget besværligt at have med at gøre idet man let kommer til at skrive et 0 for meget eller for lidt når man skal skrive tallet (desuden optager så lange tal en frygtelig masse plads) – det samme gælder for et tal som 0,000 000 000 000 032 4.

Disse tal skrives derfor nemmest ved hjælp af såkaldt *eksponentiel notation*. De to tal ovenfor skrives som

$$4{,}567\cdot 10^{18} \qquad (4\,\underbrace{567\,000\,000\,000\,000\,000}_{\text{18 pladser}})$$

$$3{,}24\cdot 10^{-14} \qquad (0{,}\underbrace{000\,000\,000\,000\,03}_{\text{14 pladser}}2\,4)$$

Ved denne måde at skrive tallene på viser eksponenten hvor kommaet i virkeligheden skal stå. F.eks. fortæller tallet 18 at hvis man skal skrive tallet $4{,}567\cdot 10^{18}$ uden brug af eksponentiel notation, skal kommaet placeres 18 pladser længere mod højre. På samme måde fortæller tallet -14 at $3{,}24\cdot 10^{-14}$ skal skrives med kommaet 14 pladser længere mod venstre hvis tallet skal skrives uden eksponentiel notation. Altså:

Eksponentiel notation

- Tallet $b\cdot 10^{a}$ er b med kommaet a pladser længere mod højre.
- Tallet $b\cdot 10^{-a}$ er b med kommaet a pladser længere mod venstre.

Øvelse 2.12

Skriv tallene vha. eksponentiel notation.

a) 457 000 000 000 000
b) 6 300 000
c) 0,000 043 5
d) 0,000 000 069 7

Eksponentiel notation og regneark

På nogle lommeregnere og i regneark vil man kunne skrive tallet $5{,}29\cdot 10^{5}$ som 5.29E5. Dette har den fordel at lommeregneren opfatter det indtastede som et tal og ikke som et regnestykke. Men man skal huske på at denne notation kun skal bruges på lommeregneren – *aldrig i tekst*!

Øvelse 2.13

Beregn $\dfrac{6{,}4\cdot 10^{8}}{3{,}2\cdot 10^{-2}}$ i et regneark ved at indtaste:

a) = 6.4E8 / 3.2E-2

b) = 6.4*10^8 / 3.2*10^-2

Hvorfor giver de to udregninger forskellige tal? Og hvilket tal er det rigtige resultat?

2-4 Præfikser

I fysik og andre naturvidenskabelige fag bruger man ofte eksponentiel notation til at skrive meget små eller store tal. Men nogle gange vil man i stedet vælge at bruge et *præfiks* på enheden, dvs. et bogstav der sættes foran enheden og som angiver en skalering af den – et eksempel kunne være 2 mm som i virkeligheden bare er en kortere måde at skrive $2 \cdot 10^{-3}$ m på.

En liste over de forskellige præfikser kan ses i tabel 2.1, tabellen er også gengivet i appendiks A. Når man skal regne på tallene i en fysikopgave, er det smart at ændre alle præfikser til eksponentiel notation inden man regner.

Tabel 2.1: Enhedspræfikser.

Præfiks	Navn	Værdi
a	atto	10^{-18}
f	femto	10^{-15}
p	pico	10^{-12}
n	nano	10^{-9}
µ	mikro	10^{-6}
m	milli	10^{-3}
k	kilo	10^{3}
M	mega	10^{6}
G	giga	10^{9}
T	tera	10^{12}
E	exa	10^{15}

Eksempel 2.14
En meteor rammer Jordens atmosfære med så stor en hastighed at den bevæger sig strækningen $s = 100\,\text{m}$ på tiden $t = 2{,}8\,\text{ms}$ (millisekunder). Meteorens hastighed er så

$$v = \frac{100\,\text{m}}{2{,}8\,\text{ms}} = \frac{100\,\text{m}}{2{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{s}} = 36\,\text{m/s}\,.$$

(Når man regner dette ud på en lommeregner, skal man huske enten at sætte parentes om nævneren eller indtaste nævneren som 2.8E-3.)

Øvelse 2.15

Beregn følgende og angiv resultatet i en passende enhed.

a) $\dfrac{0{,}5\,\text{cm}}{2{,}7\,\text{ms}}$

b) $(78\,\text{cm})^3$

c) $140\,\text{km/h} \cdot 56\,\text{s}$

d) $8\,\text{mg} \cdot 4{,}18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot°\text{C}} \cdot 25°\text{C}$

Øvelse 2.16

Et rektangel er 23 cm bredt og 11 cm højt.

a) Beregn rektanglets areal i cm^2.

b) Omregn sidelængderne til meter, og beregn arealet i m^2.

c) Hvor mange cm^2 går der på $1\,\text{m}^2$?

En kasse er 53 cm bred, 41 cm høj og 78 cm dyb.

d) Beregn kassens volumen i cm^3.

e) Omregn sidelængderne til meter, og beregn volumen i m^3.

f) Hvor mange cm^3 går der på $1\,\text{m}^3$?

2-5 Betydende cifre

Man kan aldrig måle uendelig nøjagtigt; der vil altid være en usikkerhed på et måletal. Når man skal tale om præcisionen af en størrelse, taler man om hvor mange *betydende cifre* den har. Antallet af betydende cifre finder man på denne måde:

Betydende cifre

1. Tæl hvor mange cifre tallet har.
2. Fraregn foranstillede nuller.
3. Hvis tallet ikke har decimaler, så fraregn bagvedstillede nuller.

Her følger et eksempel der viser reglen i anvendelse.

Eksempel 2.17

2531 har *4 betydende cifre* fordi tallet har 4 cifre.

0,0572 har *3 betydende cifre* fordi foranstillede nuller skal regnes fra.

7100 har *2 betydende cifre* fordi bagvedstillede nuller regnes fra når der ikke er decimaler.

7100,0 har *5 betydende cifre* fordi bagvedstillede nuller kun fraregnes når der ikke er decimaler.

Øvelse 2.18

Bestem antallet af betydende cifre for de følgende størrelser:

a) 2,500 s	b) 2,50 s	c) 530 m
d) 0,00304 g	e) 12,0°C	f) 900 cm

Det man primært bruger antallet af betydende cifre til, er at afgøre hvor præcist man må angive et resultat af en beregning. Det afhænger af antallet af betydende cifre på de tal man har målt – resultatet af en beregning kan nemlig ikke være mere præcis end de tal man baserer sin beregning på. Der gælder følgende regler:

- Ved addition og subtraktion angives resultatet med samme antal *decimaler* som det tal i beregningen der har *færrest* decimaler.
- Ved multiplikation og division angives resultatet med samme antal *betydende cifre* som det tal i beregningen der har *færrest* betydende cifre.

I kapitel 5 gennemgås usikkerhedsberegninger mere detaljeret.

Eksempel 2.19

Til et forsøg skal man veje noget vand i et bæger. En elev vejer bægeret med vand på en præcis vægt og får $m_{\text{samlet}} = 114{,}37$ g. Eleven kommer senere i tanker om at bægerets vægt skal trækkes fra, men nu er den præcise vægt optaget så eleven vejer det tomme bæger på en mindre præcis vægt og får bægerets masse til $m_{\text{bæger}} = 3{,}5$ g.

Massen af vandet er forskellen på de to tal, og den skal angives med 1 decimal fordi tallet med færrest decimaler er 3,5 der har 1 decimal. Dvs. vandets masse er

$$m_{\text{vand}} = 114{,}37\,\text{g} - 3{,}5\,\text{g} = 110{,}87\,\text{g} = 110{,}9\,\text{g}\,.$$

Som det kan ses af eksemplet, er det altså ikke nok at nogle af målingerne er meget præcise hvis de andre målinger ikke er det.

Eksempel 2.20
Antag at man måler længden l og bredden b af et bord til

$$l = 1{,}83\,\text{m} \quad \text{og} \quad b = 0{,}65\,\text{m}\,.$$

Længden er her angivet med 3 betydende cifre, og bredden er angivet med 2 betydende cifre. Hvis man skal regne arealet af bordpladen ud, skal man gange længden og bredden med hinanden, og resultatet skal derfor have 2 betydende cifre. Dvs. arealet af bordpladen er

$$A = l \cdot b = 1{,}83\,\text{m} \cdot 0{,}65\,\text{m} = 1{,}1895\,\text{m}^2 = 1{,}2\,\text{m}^2\,.$$

Resultatet rundes altså af til sidst fordi arealet kun må angives med 2 betydende cifre.

Øvelse 2.21

En papkasse er 54,2 cm bred, 16,0 cm høj og 42,5 cm dyb.

a) Beregn kassens rumfang, og angiv resultatet med det korrekte antal betydende cifre.

Øvelse 2.22

Et år (1 y) er 365,25 døgn.

a) Beregn årets længde i sekunder, og angiv resultatet med det korrekte antal betydende cifre.

2-6 Densitet

Når man står med en genstand, kan man måle forskellige størrelser. Specielt er tre størrelser interessante hvis man vil sige noget om genstanden:

Masse Alle genstande eller ting omkring os har masse. Den har typisk størrelsessymbolet m, og SI-enheden er kilogram (kg). Massen af en genstand kan måles på en vægt.

Volumen En genstands volumen[4] er et udtryk for hvor meget den fylder. SI-enheden for volumen er kubikmeter (m^3), men man bruger ofte andre enheder, f.eks. liter (L) hvis der er tale om væsker. Ved faste stoffer angives volumen også nogle gange i cm^3 frem for m^3 da 1 m^3 er et ret stort volumen.

[4] Et andet ord for volumen er *rumfang*.

Densitet Forholdet mellem en genstands masse og volumen.

Når man beregner forholdet mellem masse og volumen, får man altså den såkaldte *densitet*, dvs. densiteten kan beregnes med følgende formel:

Densiteten af et stof

$$\rho = \frac{m}{V}$$

hvor m er stoffets masse, og V er dets volumen.

Størrelsessymbolet for densitet er ρ (det græske bogstav »rho«), og SI-enheden for densitet er kg/m^3, men den angives ofte i g/mL for væsker eller i g/cm^3 for faste stoffer.[5]

Densiteten for en væske eller et fast stof viser hvor meget et bestemt volumen af stoffet vejer, og det kan bruges til at bestemme hvilket stof en genstand består af.

[5] 1 mL og 1 cm^3 er det samme volumen, den ene bruges normalt når man taler om væsker og den anden når man taler om faste stoffer.

Eksempel 2.23

En metalklods har en masse på 96 g og et volumen på 12,2 cm^3. Densiteten af klodsen er så

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{96\,\mathrm{g}}{12{,}2\,\mathrm{cm}^3} = 7{,}9\,\mathrm{g/cm}^3\,.$$

Klodsen består derfor sandsynligvis af jern idet densiteten af jern er

$$\rho_{\mathrm{jern}} = 7{,}874\,\mathrm{g/cm}^3\,.$$

Øvelse 2.24

1 mL og 1 cm^3 er det samme volumen.

a) Omregn 1 mL til liter.

b) Omregn 1 cm^3 til kubikmeter.

c) Hvor mange liter er der på 1 m^3?

Øvelse 2.25

En terning af et gråt metal er 2,5 cm på hver led. Terningen vejer 42,2 g.

a) Bestem terningens volumen.

b) Bestem terningens densitet, og brug tabellen nedenfor til at give et bud på hvilket metal den består af.

c) Bestem massen af 20 cm^3 sølv.

Metal	Densitet / g/cm^3
Aluminium	2,6989
Jern	7,874
Sølv	10,50

— 3 —

Tabeller og grafer

Når man udfører eksperimenter, vil man ofte have en serie af måledata. Skal man præsentere disse, gøres det bedst i en tabel. Et eksempel på en måleserie kan ses i tabel 3.1. Disse data er fremkommet ved at man har puttet noget sprit i et 100 mL måleglas hvorefter man har vejet glasset. Herefter har man tilsat mere sprit og vejet igen, osv.

Det er ikke så vigtigt om tabellen skrives lodret eller vandret. Til gengæld er det vigtigt at enhederne angives i overskriften og ikke står nede i selve tabellen – det øger nemlig læseligheden af tabellen betydeligt, og det sikrer at alle målinger af samme størrelse angives med samme enhed. Overskrifter skriver man ved at angive størrelsen der måles efterfulgt af enheden der måles i. Man skriver enten enheden i parentes eller skriver en skråstreg mellem størrelsessymbol og enhed.[1]

Tabel 3.1: Målinger af massen af forskellige voluminer af sprit.

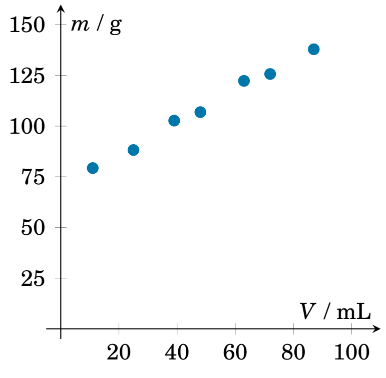
V / mL	m / g
11	79,3
25	88,2
39	102,7
48	106,9
63	122,3
72	125,7
87	137,9

[1] Skråstregen er egentlig en brøkstreg. Man dividerer så at sige enheden væk, sådan at det kun er de rene tal der står nede i selve tabellen.

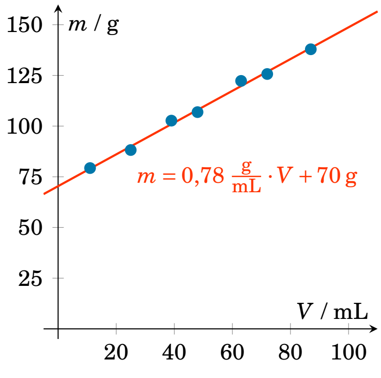
3-1 Grafer

Når man har målinger som dem i tabel 3.1, kan man analysere dem på forskellige måder. Når man har målt sammenhørende værdier af to størrelser, er det nærliggende at indsætte dem som punkter i et koordinatsystem for at se hvordan de evt. afhænger af hinanden. Her kan man f.eks. tegne en (V,m)-graf, dvs. en graf med massen på førsteaksen og volumen på andenaksen.

På fig 3.2(a) kan man se (V,m)-grafen. Det er vigtigt på sådan en graf at huske titler på akserne, sådan at man kan se hvad der er på grafen. Aksetitlerne skal være de samme som overskrifterne i tabellen.



(a) (V,m)-graf.



(b) Graf med regressionslinje.

Figur 3.2: Målingerne fra tabel 3.1 indsat i et koordinatsystem. På grafen til højre er der indtegnet en regressionslinje.

3-2 Lineær regression

Når man kigger på grafen er det tydeligt at punkterne næsten ligger på en ret linje. Det vil derfor være nærliggende at finde den bedste lineære model vha. lineær regression. Når man udfører lineær regression i et CAS-værktøj, får man ligningen

$$y = 0{,}784x + 70{,}377\,.$$

Hvis denne ligning skal omskrives til en passende model, skal man først erstatte standardvariablene x og y med de rigtige, nemlig m og V, og man skal også have det korrekte antal betydende cifre. De måltal der har færrest betydende cifre, er voluminerne som har 2 betydende cifre. Modellen er derfor

$$m = 0{,}78 \cdot V + 70\,.$$

Men man er stadig ikke færdig for der er ingen enheder på størrelserne. Her gælder at

- enheden for skæringen med andenaksen er den samme som enheden på andenaksen, og
- enheden for hældningskoefficienten er enheden på andenaksen divideret med enheden på førsteaksen.[2]

I dette tilfælde skal skæringen med andenaksen derfor have enheden g, mens hældningskoefficienten får enheden g/mL. Dvs. den endelige model er

$$m = 0{,}78\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mL}} \cdot V + 70\,\mathrm{g}$$

som også står skrevet på figur 3.2(b).

Fortolkning af konstanterne

I eksemplet ovenfor fik man hældningskoefficienten 0,78 g/mL. Fra matematik ved man at en lineær funktion vokser sådan at »hver gang x-værdien vokser med 1, vokser y med hældningskoefficienten«. Det betyder i dette tilfælde at hver gang V vokser med 1 mL, vokser m med 0,78 g. Altså betyder dette tal at 1 mL sprit vejer 0,78 g, og tallet er derfor densiteten af sprit,

$$\rho_{\text{sprit}} = 0{,}78\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mL}}\,.$$

I modellen blev skæringen med andenaksen (eller m-aksen) 70 g. Dette tal er massen når der er 0 mL sprit i måleglasset, og derfor må det være massen af selve måleglasset. Man kan altså konkludere ud fra forsøget at massen af måleglasset er 70 g,

$$m_{\text{måleglas}} = 70\,\mathrm{g}\,.$$

[2] Tænk på formlen for hældningskoefficient fra matematik:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,;$$

Her bliver det tydeligt at man skal dividere enheden på andenaksen med enheden på førsteaksen.

Øvelse 3.1

Nogle gymnasieelever måler på olivenolie. De putter en mængde olie i et måleglas og vejer glasset med olien. Herefter putter de mere olie i, vejer igen osv. De får følgende tabel med måleresultater:

V / mL	12	27	35	48	59	67	81
m / g	95,2	111,7	117,0	125,8	141,1	147,6	158,0

a) Fremstil en (V, m)-graf ud fra måleresultaterne.

b) Bestem densiteten af olivenolie.

3-3 Transformation af data

Når man tegner grafen for en række måledata, kan man ikke altid se hvilken model der er den mest velegnede. Den eneste graf man nemt kan genkende, er nemlig grafen for en lineær funktion. Det er ret svært at genkende andre funktioner på deres grafer fordi disse har grafer der krummer.

I en sådan situation kan man anvende en *lineær transformation*. Man behandler sine måledata sådan at grafen bliver en ret linje hvis sammenhængen er som forventet.

Tabel 3.3(a) viser en række sammenhørende værdier af x og y. Man forventer at sammenhængen mellem x og y er

$$y = \frac{c}{x}$$

hvor c er en konstant. For at se om det kan passe, indsætter man disse måledata som punkter i et koordinatsystem, se figur 3.3(b).

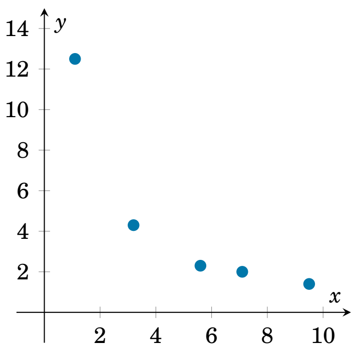
Man kan se at grafen krummer, men det er svært at sige om den krummer på den rigtige måde. Det ville være nemmere at analysere $y = \frac{c}{x}$ hvis det var en lineær sammenhæng. Men hvis man skriver sammenhængen som

$$y = c \cdot \frac{1}{x},$$

kan man se at hvis man vælger $\frac{1}{x}$ som variabel, så *bliver* det en lineær sammenhæng. Man omskriver derfor tabel 3.3(a) til tabel 3.4(a)

x	y
1,1	12,5
3,2	4,3
5,6	2,3
7,1	2,0
9,5	1,4

(a) Måledata.



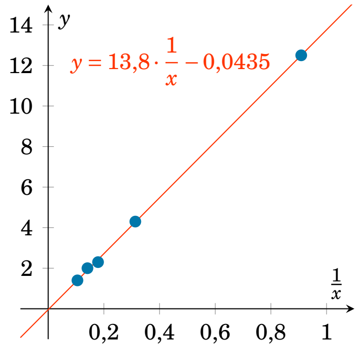
(b) (x, y)-plot.

Figur 3.3: Tabel over sammenhørende værdier af x og y samt et (x, y)-plot.

Figur 3.4: Tabel over sammenhørende værdier af $\frac{1}{x}$ og y samt et $(\frac{1}{x}, y)$-plot med regressionslinje.

$\frac{1}{x}$	y
0,909	12,5
0,313	4,3
0,179	2,3
0,141	2,0
0,105	1,4

(a) De transformerede data.



(b) $(\frac{1}{x}, y)$-plot.

hvor man har $\frac{1}{x}$ som variabel i stedet for x, og tegner et $(\frac{1}{x}, y)$-plot, se figur 3.4(b).

Her ses det tydeligt at punkterne med god tilnærmelse ligger på en ret linje. Når man udfører lineær regression får man regressionslinjen

$$y = 13{,}8 \cdot \frac{1}{x} - 0{,}0435$$

(husk at den uafhængige variabel er $\frac{1}{x}$, ikke x). Skæringen med y-aksen på $-0{,}0435$ må skyldes måleusikkerhed – som man kan se på grafen og tabellen er $-0{,}0435$ næsten ingenting sammenlignet med de målte y-værdier. Man kan derfor her konkludere at sammenhængen er

$$y = \frac{13{,}8}{x} .$$

Øvelse 3.2

Nogle elever optager en video af en sten der falder mod gulvet. Ved en analyse af videoen finder de frem til nedenstående tabel der viser sammenhængen mellem tiden t og stenens højde h over gulvet.

t / s	0,12	0,16	0,22	0,28	0,31	0,36
h / m	1,42	1,21	0,96	0,68	0,47	0,19

Eleverne formoder at sammenhængen mellem tiden og højden kan beskrives ved formlen

$$h = a \cdot t^2 + b$$

hvor a og b er konstanter.

a) Tegn et (t^2, h)-plot af de givne data. Ser det ud til at elevernes formodning passer?

b) Brug lineær regression til at bestemme konstanterne a og b.

c) Hvad er enhederne af de to konstanter?

d) Giv en fortolkning af konstanten b.

— **4** —

Løsning af fysikopgaver

I dette kapitel gives en kort beskrivelse af hvordan man skriver en god besvarelse af en fysikopgave.

1. Når man skal skabe overblik over en opgave, er det altid en god ide at tegne en skitse over problemstillingen. På skitsen skriver man opgavens oplysninger som ligninger.

   Hvis der f.eks. i opgaven står at »massen er 2,3 kg«, skriver man $m = 2{,}3\,\mathrm{kg}$ på figuren.

   Anvend altid så vidt muligt standardnotation for størrelser idet det gør en besvarelse lettere at læse. Det vil altså sige m for masse, p for tryk, T for temperatur, osv.

2. Skriv altid anvendte formler op både med symboler og med indsatte værdier – og forklar hvorfor det netop er disse formler der anvendes.

3. Hvis det i en opgave er nødvendigt at skelne mellem to forskellige størrelser af samme type, f.eks. en temperatur ude og en temperatur inde, gør man det med velvalgte indices, T_{ude} og T_{inde}.

   Husk altid at forklare hvad de forskellige størrelser og indices betyder.

4. For at løse en opgave kan det være nødvendigt at lave nogle forenklende antagelser. Disse antagelser er ikke altid eksplicit angivet i opgaven. Husk derfor at forklare hvilke antagelser der er gjort undervejs.

5. Grafer der er en del af besvarelsen, skal altid være forsynet med overskrifter og størrelser på akserne. Husk også altid at kommentere på graferne.

6. Se altid besvarelsen igennem til sidst for at se om der er enheder på alle størrelser og resultater er angivet med det rigtige antal betydende cifre (se nedenfor).

Som det gælder for enhver anden formidling, skal man selvfølgelig også sørge for at den forklarende tekst der er en del af opgaven, er i et præcist og velformuleret sprog.

4-1 Betydende cifre

Når man læser et resultat af en beregning, vil man altid antage at usikkerheden ligger på det sidste ciffer. Hvis f.eks. en energi angives som $E = 34{,}2\,\mathrm{J}$, kan den rigtige energi være 34,1 J eller 34,3 J, men ikke 35 J. Skriver man derimod $E = 34{,}20\,\mathrm{J}$, har man sagt at den sande energi kan være $E = 34{,}21\,\mathrm{J}$ eller $E = 34{,}19\,\mathrm{J}$, men ikke 34,1 J.

Et resultat skal altid angives med samme antal betydende cifre som den mindst præcise størrelse, der indgår i beregningen. Beregner man f.eks. et areal af en cirkel ud fra en radius på $r = 5{,}0\,\mathrm{cm}$, får man

$$A = \pi \cdot r^2 = 3{,}14159265359 \cdot (5{,}0\,\mathrm{cm})^2 = 79\,\mathrm{cm}^2\,,$$

og ikke 78,5398163397 som lommeregneren giver.

4-2 Typografi og Word

Standarden inden for alle naturvidenskaberne er at der skelnes mellem størrelser og enheder ved at størrelser er skrevet med kursiv, mens enheder ikke er. Dvs. man skriver

$$I = 3\,\mathrm{A} \quad \text{og ikke} \quad \cancel{I = 3A}$$

Dette gøres ikke automatisk i Words formeleditor, men det er faktisk forholdsvist simpelt at få opretstående tekst i formler. Man skal blot skrive teksten ind i citationstegn, dvs. `I=3"A"` i stedet for `I=3A`.

— 5 —

Usikkerhedsberegninger

Der findes flere måder at lave usikkerhedsberegninger på. Den første metode der gennemgås i dette kapitel, anvendes til at vurdere usikkerheden på en værdi der er et resultat af beregninger på målte størrelser.

Har man i stedet målt den samme størrelse mange gange, kan man ved hjælp af statistiske metoder vurdere hvor stor den sande størrelse er, og hvor stor usikkerheden er. Dette gennemgås til sidst i kapitlet.

5-1 Sammensatte målinger

Antag at man skal finde summen s af de to længder x og y på figur 5.1. Hvis man måler med en lineal hvor måleusikkerheden er 0,5 mm, hvor stor bliver så usikkerheden på resultatet s?

Dette kan man finde ud af ved det man kalder »max-min-metoden«. Hvis man f.eks. måler at

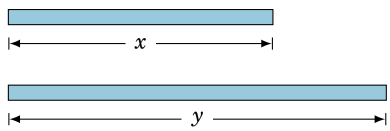
$$x = 35\,\text{mm} \pm 0{,}5\,\text{mm} \qquad \text{og} \qquad y = 51\,\text{mm} \pm 0{,}5\,\text{mm}\,,$$

så betyder det at den rigtige værdi for x ligger i intervallet

$$[34{,}5\,\text{mm}; 35{,}5\,\text{mm}]\,,$$

og at den rigtige værdi for y ligger i intervallet

$$[50{,}5\,\text{mm}; 51{,}5\,\text{mm}]\,.$$



Figur 5.1: Summen af de to længder x og y måles.

Ideen er nu at vurdere hvor stor summen s maksimalt og minimalt kan blive. Den størst mulige værdi for s må man få når man lægger de største værdier fra intervallerne sammen, dvs.

$$s_{\text{max}} = x_{\text{max}} + y_{\text{max}} = 35{,}5\,\text{mm} + 51{,}5\,\text{mm} = 87{,}0\,\text{mm}\,.$$

Vha. samme argumentation finder man $s_{\text{min}} = 86{,}0\,\text{mm}$, dvs.

$$s = 86{,}5\,\text{mm} \pm 1{,}0\,\text{mm}\,.$$

Gennemgår man argumenterne, kan man se at usikkerheden Δs på $s = x + y$ må være givet ved

$$\Delta s = \Delta x + \Delta y\,.$$

På samme måde kan man finde usikkerhederne i en række andre tilfælde af sammensætninger af målestørrelser, se tabel 5.2.

Som man kan se i tabellen, er det ofte lettere at regne på de relative usikkerheder frem for de absolutte. Her følger et enkelt eksempel på metoden i brug.

Tabel 5.2: Beregninger af absolutte og relative usikkerheder.
Alle de størrelser der indgår i formlerne, er positive. De skal erstattes med deres absolutte værdier hvis dette ikke er tilfældet.

Størrelse	Absolut usikkerhed	Relativ usikkerhed
$s = x + y$	$\Delta s = \Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
$s = x - y$	$\Delta s = \Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
$s = xy$	$\Delta s = y\,\Delta x + x\,\Delta y$	$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
$s = \frac{x}{y}$	$\Delta s = \frac{y\,\Delta x + x\,\Delta y}{y^2}$	$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
$s = x^n$	$\Delta s = n x^{n-1}\,\Delta x$	$\frac{\Delta s}{s} = n\,\frac{\Delta x}{x}$

Eksempel 5.1
Man kan bestemme densiteten af en væske ved at foretage samtidige målinger af rumfanget og massen af noget af væsken. Antag at man ved en sådan måling finder

$$V = 57{,}5\,\mathrm{ml} \pm 0{,}5\,\mathrm{ml} \quad \text{og} \quad m = 45{,}03\,\mathrm{g} \pm 0{,}01\,\mathrm{g}$$

hvor tallene $\Delta V = 0{,}5\,\mathrm{ml}$ og $\Delta m = 0{,}01\,\mathrm{g}$ angiver usikkerheden på målingerne i hhv. måleglasset og på vægten.

Først bestemmes en værdi for densiteten ρ

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{45{,}03\,\mathrm{g}}{57{,}5\,\mathrm{ml}} = 0{,}783\,\mathrm{g/ml}\,.$$

Herefter ser man på usikkerheden. Densiteten beregnes vha. formlen $\rho = \frac{m}{V}$, dvs. den relative usikkerhed på densiteten er

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\rho}{\rho} &= \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V} \\ &= \frac{0{,}01\,\mathrm{g}}{45{,}03\,\mathrm{g}} + \frac{0{,}5\,\mathrm{ml}}{57{,}5\,\mathrm{ml}} = 8{,}92 \cdot 10^{-3}\,.\end{aligned}$$

Den absolutte usikkerhed er så

$$\Delta\rho = \frac{\Delta\rho}{\rho} \cdot \rho = 8{,}92 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}783\,\mathrm{g/ml} = 0{,}007\,\mathrm{g/ml}\,.$$

Den rigtige densitet af væsken med usikkerhedsangivelse er så

$$\rho = 0{,}783\,\mathrm{g/ml} \pm 0{,}007\,\mathrm{g/ml}\,.$$

5-2 Usikkerhed ved flere målinger

Jo flere målinger man har af den samme størrelse, jo mere præcist bliver resultatet.

Har man en række målinger $x_1, \ldots, x_n$ af en størrelse, så beregner man middelværdien $\overline{x}$ og usikkerheden Δx som

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$
$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}.$$

Man kan vise ved en matematisk analyse at usikkerheden på middelværdien er givet ved

$$\Delta\overline{x} = \frac{\Delta x}{\sqrt{n}},$$

dvs. jo flere tal man måler, jo mindre bliver denne usikkerhed. Den målte værdi for størrelsen vil da være

$$x = \overline{x} \pm \Delta\overline{x}.$$

Her følger et eksempel på anvendelsen af formlerne.

Eksempel 5.2
Ved målinger af opdriften F_{op} på et lod nedsænket i vand får man målingerne i tabel 5.3.

Middelværdien er

$$\overline{F}_{\text{op}} = \tfrac{1}{5}\cdot(490\,\mu\text{N} + 491\,\mu\text{N} + 494\,\mu\text{N} + 488\,\mu\text{N} + 495\,\mu\text{N}) = 492\,\mu\text{N}.$$

Usikkerheden er

$$\Delta F_{\text{op}} = \frac{F_{\text{op, max}} - F_{\text{op, min}}}{2} = \frac{495\,\mu\text{N} - 488\,\mu\text{N}}{2} = 3{,}5\,\mu\text{N}$$

så usikkerheden på middelværdien er

$$\Delta\overline{F}_{\text{op}} = \frac{\Delta\overline{F}_{\text{op}}}{\sqrt{n}} = \frac{3{,}5\,\mu\text{N}}{\sqrt{5}} = 2\,\mu\text{N}.$$

Den sande værdi for opdriften må derfor ligge i intervallet

$$F_{\text{op}} = 492\,\mu\text{N} \pm 2\,\mu\text{N}.$$

Tabel 5.3: 5 målinger af opdriften på et lod nedsænket i vand.

Måling	F_{op} / µN
1	490
2	491
3	494
4	488
5	495

5-3 Usikkerhed på tælletal

Ved målinger på radioaktive grundstoffer med et Geiger-Müller-rør får man et tælletal som resultat. Da dette tælletal er resultatet af en stokastisk proces, må man antage at de tælletal man får for målinger i et bestemt tidsinterval Δt, er normalfordelte med middelværdi $\overline{N}$ og spredning $\sqrt{\overline{N}}$. Måler man kun et enkelt tal er usikkerheden på dette tælletal N givet ved $\sqrt{N}$.

Tabel 5.4: Tælletal for en radioaktiv kilde som funktion af tykkelsen af blyplader mellem kilden og detektoren.

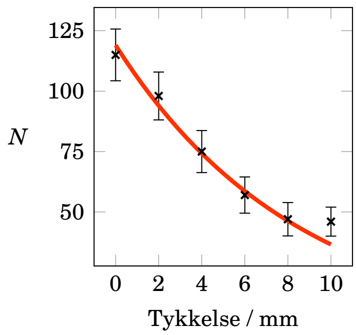
Tykkelse / mm	N	$\sqrt{N}$
0	115	10,7
2	98	9,9
4	75	8,7
6	57	7,5
8	47	6,9
10	36	6,0

Eksempel 5.3
I tabel 5.4 ses en række tælletal for en radioaktiv kilde. Tælletallene er målt ved at lade et Geiger-Müller-rør måle over

et tidsinterval på $\Delta t = 60$ s. Herefter er der indsat blyplader mellem kilden og detektoren og målt igen. Usikkerheden på det enkelte tælletal er angivet i tabellen. Denne er beregnet som $\sqrt{N}$, jf. gennemgangen ovenfor.

Hvis dette skal afbildes grafisk, afsættes de enkelte punkter fra tabellen i et koordinatsystem. Usikkerheden vises ved at indsætte såkaldte »error bars« der dækker intervallet $N \pm \sqrt{N}$.

På grafen er også indtegnet grafen for den eksponentielle funktion der passer bedst på punkterne. Som man kan se, går grafen gennem alle de dækkede intervaller på nær det sidste, hvilket nok skyldes at tælletallene her er så små at man i virkeligheden burde have målt over et større tidsinterval for at få en pålidelig måling.



Figur 5.5: Graf over tælletallet som funktion af den samlede tykkelse af blypladerne. Usikkerhederne på de enkelte tælletal er angivet på grafen som error bars.

— A —

Standardsymboler

A-1 Almindeligt anvendte størrelsessymboler

Størrelse	Symbol(er)	SI-enhed		Sammenhæng med andre enheder
Acceleration	a	$\mathrm{m/s^2}$		
Afstand/længde	l, s, x	m	meter	
Aktivitet	A	Bq	becquerel	$1\,\mathrm{Bq} = 1\,\mathrm{s^{-1}}$
Arbejde	A	J	joule	$1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$
Areal	a, A	$\mathrm{m^2}$	kvadratmeter	
Brændværdi	B	J/kg		
Bølgelængde	λ	m	meter	
Densitet	ρ	$\mathrm{kg/m^3}$		
Effekt	P	W	watt	$1\,\mathrm{W} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$
Elektrisk ladning	Q, q	C	coulomb	$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A \cdot s}$
El. spænding	U	V	volt	$1\,\mathrm{V} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$
El. strømstyrke	I	A	ampere	
Energi	E	J	joule	$1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$
Frekvens	f	Hz	hertz	$1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s^{-1}}$
Hastighed	v	m/s		
Kraft	F	N	newton	$1\,\mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}}$
Masse	m	kg	kilogram	
Nyttevirkning	η		(enhedsløs)	
Resistans	R	Ω	ohm	$1\,\Omega = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$
Temperatur	T	K	kelvin	
Tid	t	s	sekund	
Tryk	p	Pa	pascal	$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m^2}}$
Varme	Q	J	joule	$1\,\mathrm{J} = 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$
Varmefylde	c	$\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}$		
Varmekapacitet	C	J/kg		
Volumen	V	$\mathrm{m^3}$	kubikmeter	

A-2 Enhedspræfikser

Præfiks	Navn	Værdi
a	atto	10^{-18}
f	femto	10^{-15}
p	pico	10^{-12}
n	nano	10^{-9}
μ	mikro	10^{-6}
m	milli	10^{-3}
c	centi	10^{-2}
h	hekto	10^{2}
k	kilo	10^{3}
M	mega	10^{6}
G	giga	10^{9}
T	tera	10^{12}
E	exa	10^{15}

Præfikserne c (centi) og h (hekto) bruges normalt kun i helt specielle forbindelser som cm (centimeter) og hPa (hektopascal).

Når man skal regne med enheder der har præfikser, er det en god ide at erstatte dem med deres værdi, f.eks.

$$\frac{12\,\text{mm}}{6{,}7\,\mu\text{s}} = \frac{12\cdot 10^{-3}\,\text{m}}{6{,}7\cdot 10^{-6}\,\text{s}} = 1800\,\text{m/s} = 1{,}8\cdot 10^{3}\,\text{m/s} = 1{,}8\,\text{km/s}\,.$$

A-3 Det græske alfabet

Α	α	alfa	Η	η	eta	Ν	ν	ny	Τ	τ	tau
Β	β	beta	Θ	θ	theta	Ξ	ξ	xi	Υ	υ	ypsilon
Γ	γ	gamma	Ι	ι	iota	Ο	ο	omikron	Φ	ϕ	phi
Δ	δ	delta	Κ	κ	kappa	Π	π	pi	Χ	χ	chi
Ε	ε	epsilon	Λ	λ	lambda	Ρ	ρ	rho	Ψ	ψ	psi
Ζ	ζ	zeta	Μ	μ	my	Σ	σ	sigma	Ω	ω	omega

Bibliografi

[1] Erik Strandgaard Andersen, Paul Jespersgaard og Ove Grønbæk Østergaard, red. *Databog fysik kemi*. 11. udg. F & K forlaget, 2012.

[2] Bureau International des Poids et Mesures. *The International System of Units (SI)*. 9. udg. 2016. URL: https://www.bipm.org/ (bes. 25.10.2021).

[3] Jens Ramskov. *Den moderne fysik opstod i et frit fald*. Ingeniøren. 24. okt. 2021. URL: https://ing.dk/artikel/moderne-fysik-opstod-frit-fald-251120 (bes. 27.10.2021).

[4] Wolfgang Rößler. *Eine kleine Nachtphysik – Große Ideen und ihre Entdecker*. 7. udg. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Taschenbuch Verlag, 2013.

Billedkilder

[5] Scott Akerman. *Boiling Water*. URL: https://www.flickr.com/photos/sterlic/2835194472.

[6] John Dibbs. *Grumman Bearcat F8F (G-RUMM)*. URL: https://www.flyinglegends.com/.

[7] »Gargamelle: first neutral current.« 1973. URL: https://cds.cern.ch/record/39468.

[8] NASA/ESA/Hubble Heritage Team. *Milky Way Neighbor*. URL: https://www.nasa.gov/.